$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} 4x_0 & - & 9x_1 & + & 2x_2 & = & 2 \\ 2x_0 & - & 4x_1 & + & 4x_2 & = & 3 \\ -x_0 & + & 2x_1 & + & 2x_2 & = & 1 \end{array}\right\}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & -9 & 2 \\ 2 & -4 & 4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$A \qquad x \quad = \quad b$$

Partim de $A^{(0)}x = b^{(0)}$ on $A^{(0)} = A$ i $b^{(0)} = b$:

$$\begin{pmatrix} 4 & -9 & 2 \\ 2 & -4 & 4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Eliminem x_0 de les equacions 1 i 2 restant l'equació 1 menys $\frac{2}{4}$ vegades la 0 i la 2 menys $-\frac{1}{4}$ la 0 i obtenim $A^{(1)}x = b^{(1)}$.

$$\begin{pmatrix} 4 & -9 & 2 \\ 0 & 0.5 & 3 \\ 0 & -0.25 & 2.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1.5 \end{pmatrix}$$

Eliminem x_1 de l'equació 2 restant l'equació 3 menys $-\frac{0.25}{0.5}$ vegades la 1 i obtenim $A^{(2)}x = b^{(2)}$.

$$\begin{pmatrix} 4 & -9 & 2 \\ 0 & 0.5 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2.5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & -9 & 2 \\ 0 & 0.5 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2.5 \end{pmatrix}$$

Resolem l'equació 2:

$$x_2 = \frac{2.5}{4} = 0.0625$$

després la 1:

$$0.5x_1 + 3 \cdot 0.625 = 2 \Rightarrow x_1 = 0.25$$

i finalment la 0:

$$4x_1 - 9 \cdot 0.25 + 2 \cdot 0.625 = 2 \Rightarrow x_0 = 0.75$$

Eliminació Gaussiana: per $k = 0, \ldots, n-2$ i per $i, j = k+1, \ldots, n-1$,

$$m_{ik} = \frac{a_{ik}^{(k)}}{a_{kk}^{(k)}}$$

$$a_{ij}^{(k+1)} = a_{ij}^{(k)} - m_{ik} \cdot a_{kj}^{(k)}$$

Ressolució d'un sistema triangular superior: per $k = n-1, \ldots, 0$

$$x_k = \frac{b_k - \sum_{j=k+1}^{n-1} a_{kj} \cdot x_j}{a_{kk}}$$

{Prec: $FilesMatriu(a) = ColsMatriu(a) = DimVector(b)$}

acció $EliminacióGaussiana($**entsor** $a : Matriu,$ **entsor** $b : Vector)$

{Post: a, b són el resultat d'aplicar l'eliminació gaussiana}

var

  i, j, k : **enter**

  mik, aij, bi : **real**

fvar

$k := 0$
mentre $\neg(k >$ FilesMatriu (a) - 2$)$ **fer**
  $PivotatgeParcial(a,b,k)$
  $i := k+1$
  mentre $\neg(i > FilesMatriu(a) - 1)$ **fer**
    $mik := ConsMatriu(a,i,k)/ConsMatriu(a,k,k)$
    $j := k+1$
    mentre $\neg(j > ColsMatriu(a) - 1)$ **fer**
      $aij := ConsMatriu(a,i,j) - mik * ConsMatriu(a,k,j)$
      $AssigMatriu(a,i,j,aij)$
      $j := j+1$
    fmentre
    $bi := ConsVector(b,i) - mik * ConsVector(b,k)$
    $AssigVector(b,i,bi)$
    $i := i+1$
  fmentre
  $k := k+1$
fmentre

$\{$Prec: $FilesMatriu(a) = ColsMatriu(a) = DimVector(b)$

$\quad\wedge\ \det(a) \neq 0\ \wedge\ a = A\ \wedge\ b = B$

$\quad\wedge\ 0 \leq k \leq FilesMatriu(a) - 2\}$

acció $PivotatgeParcial($**entsor** $a : Matriu,$ **entsor** $b : Vector,$ **ent** $k :$ **enter**$)$

$\{$Post: Sigui r tal que $\mid A_{rk} \mid = max_{k \leq i \leq n} \mid A_{ik} \mid$

$\quad\wedge\ a, b$ s'obtenen intercanviant les files k, r de $A, B\}$

var

max, el : **real**

i, r : **enter**

fvar

$\{$Obtenció de $r :\mid a_{rk} \mid= max_{k \leq i \leq n} \mid a_{ik} \mid\}$
$max := Abs(ConsMatriu(a,k,k));\ r := k$
$i := k+1$
mentre $\neg(i > FilesMatriu(a)-1)$ **fer**
    $el := Abs(ConsMatriu(a,i,k))$
    si $el > max \rightarrow max := el;\ r := i$
    $\Box\ el \leq max \rightarrow \emptyset$
    fsi
    $i := i+1$
fmentre
$\{$Intercanviem files k i $r\}$
si $r = k \rightarrow \emptyset$
$\Box\ r > k \rightarrow IntFilesMatriu(a,k,r)$
                $IntFilesVector(b,k,r)$
fsi

$\{$Prec: $FilesMatriu(a) = ColsMatriu(a) = DimVector(b) \;\wedge$
$\quad \det(a) \neq 0 \;\wedge\; \det(a) \neq 0 \;\wedge$
$\quad a = A \;\wedge\; b = B \;\wedge\; 0 \leq k \leq FilesMatriu(a) - 2\}$

acció $PivotageTotal($**entsor** $a : Matriu,$ **entsor** $b : Vector,$ **ent** $k :$ **enter**$)$

$\{$Post: Siguin r i s tals que $\mid A_{rs} \mid = \max_{k \leq i, j \leq n} \mid A_{ij} \mid \wedge$
$\quad \wedge\; a$ s'obté intercanviant les files k, r i les columnes k, s d'A
$\quad \wedge\; b$ s'obté intercanviant les files k, r de $B\}$

var

max, el : **real**

i, j, r, s : **enter**

fvar

$max := Abs(ConsMatriu(a,k,k));\ r := k;\ s := k$
$i := k$
mentre $\neg(i > FilesMatriu(a) - 1)$ **fer**
  $j := k$
  mentre $\neg(j > ColsMatriu(a) - 1)$ **fer**
    $el := Abs(ConsMatriu(a,i,j))$
    si
      $el > max \rightarrow max := el$
        $r := i$
        $s := j$
    $\Box\ el \leq max \rightarrow \emptyset$
    fsi
    $j := j + 1$
  fmentre
  $i := i + 1$
fmentre
$IntFilesMatriu(a,k,r)$
$IntFilesVector(b,k,r)$
$IntColsMatriu(a,k,s)$

{Prec: $DimVector(b) = FilesMatriu(a) = ColsMatriu(a) \;\wedge$
$DimVector(b) = DimVector(x0) \;\wedge\; espilon > 0$}

funció $SolucioIterativa($**ent** $a : Matriu,$ **ent** $b : Vector,$
ent $x0 : Vector,$ **ent** $epsilon :$ **real**$)$ **retorna** $Vector$

{Post: $x = SolucioIterativa(a, b, x0, epsilon) \;\wedge$
$DimVector(x) = DimVector(b) \;\wedge$
xant és la solució a la iteració anterior a $x \;\wedge$
$\mid xant - x \mid \leq epsilon$}

var
$xant, x : Vector$
fvar

$xant := x0$

$x := CalculaIteracio(xant, a, b)$

mentre $ModulVector(DiferenciaVectors(xant, x)) > epsilon$ **fer**

  $xant := x$

  $x := CalculaIteracio(xant, a, b)$

fmentre

retorna x

$\{$Prec: $FilesMatriu(a) = ColsMatriu(a) = n \ \wedge$

$DimVector(xant) = DimVector(b) = n \ \wedge$

$\wedge \ \forall i : 0 \leq i < n : a_{ii} \neq 0\}$

funció $CalculaIteracio($**ent** $xant : Vector,$ **ent** $a : Matriu,$

ent $b : Vector)$ **retorna** $Vector$

$\{$Post: $x = CalculaIteracio(xant, a, b) \ \wedge \ DimVector(x) = n$

$\wedge \ \forall i, 0 \leq i < n, x_i = \frac{b_i - \sum_{j=0, j\neq i}^{j<n} a_{ij} \cdot xant_j}{a_{ii}}\}$

var

i, j : **enter**

sum : **real**

$x : Vector$

fvar

$x := CrearVector(DimVector(xant))$
$i := 0$
mentre $\neg(i > FilesMatriu(a) - 1)$ **fer**
  $sum := ConsVector(b, i)$
  $j := 0$
  mentre $\neg(j > i - 1)$ **fer**
    $sum := sum - ConsMatriu(a, i, j) * ConsVector(xant, j)$
    $j := j + 1$
  fmentre
  $j := i + 1$
  mentre $\neg(j > ColsMatriu(a) - 1)$ **fer**
    $sum := sum - ConsMatriu(a, i, j) * ConsVector(xant, j)$
    $j := j + 1$
  fmentre
  $AssigVector(x, i, sum/ConsMatriu(a, i, i))$
  $i := i + 1$
fmentre
retorna x

$\{$Prec: $FilesMatriu(a) = ColsMatriu(a) = n \ \wedge$
$DimVector(xant) = DimVector(b) = n \ \wedge$
$\wedge \ \forall i : 0 \leq i < n : a_{ii} \neq 0\}$

funció $CalculaIteracio($**ent** $xant : Vector,$ **ent** $a : Matriu,$
ent $b : Vector)$ **retorna** $Vector$

$\{$Post: $x = CalculaIteracio(xant, a, b) \ \wedge \ DimVector(x) = n$
$\wedge \ \forall i, 0 \leq i < n, x_i = \frac{b_i - \sum_{j=0}^{i-1} a_{ij} \cdot x_j - \sum_{j=i+1}^{n-1} a_{ij} \cdot xant_j}{a_{ii}}\}$

var
i, j : **enter**
sum : **real**
$x : Vector$
fvar

$x := CrearVector(DimVector(xant))$
$i := 0$
mentre $\neg(i > FilesMatriu(a) - 1)$ **fer**
    $sum := ConsVector(b, i)$
    $j := 0$
    mentre $\neg(j > i - 1)$ **fer**
        $sum := sum - ConsMatriu(a, i, j) * ConsVector(x, j)$
        $j := j + 1$
    fmentre
    $j := i + 1$
    mentre $\neg(j > ColsMatriu(a) - 1)$ **fer**
        $sum := sum - ConsMatriu(a, i, j) * ConsVector(xant, j)$
        $j := j + 1$
    fmentre
    $AssigVector(x, i, sum/ConsMatriu(a, i, i))$
    $i := i + 1$
fmentre
retorna x