Cerca

$\{x = X \wedge t = T \wedge N > 0 \wedge OrdenatAsc(T)\}$

funció $Cercar(x : \textbf{enter};\ t : taulaEnters)$ **retorna booleà**

$\{x = X \wedge t = T \wedge$ ($Cercar(x,t)$ és cert si es cumpleix
$HiEs(x,T))\}$

Cerca

$\{x = X \wedge t = T \wedge N > 0\}$

funció $CercaLineal(x : \textbf{enter};\ t : taulaEnters)$ **retorna booleà**

  var i : **enter**; $trobat$: **booleà fvar**;

  $trobat :=$ **fals**;

  $i := 1$;

  mentre $\neg trobat \wedge i \leq N$ **fer**

    si $t[i] = x \rightarrow trobat :=$ **cert**

    $\Box\ t[i] \neq x \rightarrow i := i + 1$

    fsi

  fmentre

  retorna $trobat$

ffunció

$\{x = X \wedge t = T \wedge$ ($Cercar(x,t)$ és cert si es cumpleix $HiEs(x,T)$)$\}$

Cerca

$\{x = X \wedge t = T \wedge N > 0 \wedge OrdenatAsc(T)\}$

funció $CercaLineal(x : \textbf{enter};\ t : taulaEnters)$ **retorna booleà**

    var i : **enter**; $trobat$: **booleà fvar**;

    $trobat :=$ **fals**;

    $i := 1$;

    mentre $\neg trobat \wedge i \leq N$ **fer**

        si $t[i] \geq x \rightarrow trobat :=$ **cert**

        $\Box\ t[i] < x \rightarrow i := i + 1$

        fsi

    fmentre

    retorna $t[i] = x$

ffunció

$\{x = X \wedge t = T \wedge$ ($Cercar(x,t)$ és cert si es cumpleix
$HiEs(x,T))\}$

Cerca Dicotòmica

1								*9*
8	11	23	37	46	60	114	123	175

Ens proposem cercar el valor 20 ($x = 20$) en la taula.

Cerca dicotòmica

1				*5*				*9*
8	11	23	37	46	60	114	123	175

$$20 < 46$$

Cerca dicotòmica

1		3		5				9
8	11	23	37	46	60	114	123	175
		$20 < 23$						

Cerca dicotòmica

1	*2*	*3*						*9*
8	11	23	37	46	60	114	123	175

$20 > 11$

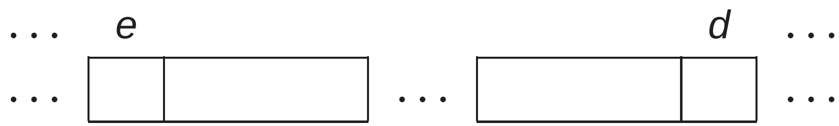
Cerca dicotòmica

1	*2*	*3*						*9*
8	11	23	37	46	60	114	123	175

$$11 < 20 < 23$$

Cerca Dicotòmica

Més que cercar l'element, cerquem la seva posició...



RECONEIXEMENT DE LA SEQÜÈNCIA

generació d'una seqüència de seccions de la taula t,

$t[e_1..d_1], t[e_2..d_2], \ldots, t[e_f..d_f]$,

que cumpleixen la propietat de que l'element a cercar, en el cas de ser-hi, ha de trobarse dins de la secció; és a dir, $t[e] \leq x < t[d]$.

Cerca dicotòmica

- El primer element

- Còm s’obté l’element següent

- L’element final

Cerca Dicotòmica. Primer element

La primera secció hauria de ser tota la taula.

???? $x < t[1] \vee x > t[N]$. ???????

Una solució: Assegurar $t[1] \leq x < t[N]$ proposant

var $\ldots$ *Posicio* : **enter**; $\ldots$ **fvar**

$\ldots$

si $x < t[1] \rightarrow Posicio := 0$

$\Box\ t[1] \leq x \wedge x < t[N] \rightarrow Posicio := CercarDPos(x,t)$

$\Box\ x \geq t[N] \rightarrow Posicio := N$

fsi

retorna *Posicio*

$\ldots$

Cerca Dicotòmica. Primer element

Una altre solució:

0	1 … N	N+1
$-\infty$		∞

Ara tenim que $t[0] = -\infty$ y $t[N+1] = \infty$ i podem assegurar que per la secció $t[0..N+1]$ es cumpleix $t[0] \leq x < t[N+1]$.

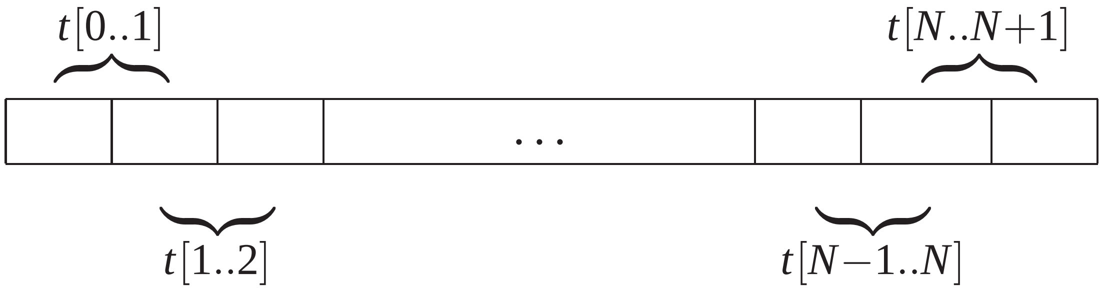
Donat que aquests sentinelles són ficticis convé que l'algorisme a dissenyar no els referencii mai, ja que en realitat no existeixen.

Cerca Dicotòmica. Darrer element

La secció final $t[e_f..d_f]$ ens ha d'ajudar a decidir fàcilment en quina posició ha de trobar-se l'element a cercar en el cas de que hi sigui.

Les possibilitats són: definir una secció de longitud buida, d'una posició o de dues posicions. Decidim que sigui de longitut 2.

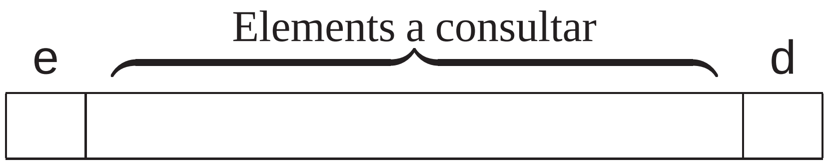
$t[e_f] \leq x < t[d_f]$ i per tant, com $d_f = e_f + 1$ tenim que $t[e_f] \leq x < t[e_f + 1]$.



$$x = X \wedge t = T \wedge 0 \leq i < N+1 \wedge t[e] \leq x < t[e+1]$$

Cerca Dicotòmica. Següent element

La següent secció $t[e_{k+1}..d_{k+1}]$ s'obtindrà a partir del resultat de comparar x amb un element de la secció actual $t[e_k..d_k]$. La comparació decidirà quina de les dues noves subsubseccions serà la següent secció que haurà de cumplir $t[e_{k+1}] \leq x < t[d_{k+1}]$.



Podem observar que totes les seccions de la taula han de cumplir que

$$(0 \leq e < d \leq N+1) \wedge (t[e] \leq x < t[d])$$

Cerca Dicotòmica

$\{x = X \wedge t = T \wedge OrdenatAsc(T) \wedge (t[0] \leq x < t[N+1]\}$
funció $CercaDPos(x : \textbf{enter};\ t : taulaEnters)$ **retorna enter**
$\{x = X \wedge t = T \wedge 0 \leq e < N+1 \wedge t[e] \leq x < t[e+1]$
$\quad On\ e = CercaDPos(x,t)\}$

funció $Cercar($x: **enter**; t: $taulaEnters)$ **retorna booleà**
  var i : **enter**; $HiEs$: **booleà fvar**
  $i := CercaDPos(x,t);$
  si $i \neq 0 \rightarrow HiEs := x = t[i]$
  $\Box\ i = 0 \rightarrow HiEs :=$ **fals**
  fsi
  retorna $HiEs$
ffunció

Cerca Dicotòmica

. . .

ObtenirPrimeraSecció;

mentre ¬*DarreraSecció* **fer**

  ObtenirSegüentSecció

fmentre

. . .

Cerca Dicotòmica

funció $CercaDPos(x : \textbf{enter};\ t : taulaEnters)$ **retorna enter**

  var e, d, m : **enter fvar;**

  $e := 0;\ d := N+1;$

  $\{I : \quad (0 \le e < d \le N+1) \wedge (t[e] \le x < t[d])\}$

  mentre $e+1 \ne d$ **fer**

Cerca Dicotòmica

funció $CercaDPos(x:$ **enter**; $t:taulaEnters)$ **retorna enter**

  var $e,d,m:$ **enter fvar**;

  $e:=0;\ d=N+1;$

  $\{I: \quad (0 \leq e < d \leq N+1) \wedge (t[e] \leq x < t[d])\}$

  mentre $e+1 \neq d$ **fer**

    $m:=ValorEntre(e,d);$

    $\{e < m < d\}$

Cerca Dicotòmica

funció $CercaDPos(x : \textbf{enter}; \ t : taulaEnters)$ **retorna enter**

  var e, d, m : **enter fvar**;

  $e := 0; \ d = N+1; \ \{I : \quad (0 \leq e < d \leq N+1) \wedge (t[e] \leq x < t[d])\}$

  mentre $e + 1 \neq d$ **fer**

    $m := ValorEntre(e, d)$;

    si $x < t[m] \rightarrow d := m$

    $\square \ x \geq t[m] \rightarrow e := m$

    fsi$\{I\}$

  fmentre;

  retorna e

ffunció

Cerca Dicotòmica

funció $CercaDPos(x : \textbf{enter}; \; t : taulaEnters)$ **retorna enter**
    var e, d, m : **enter** **fvar**;
    $e := 0; \; d = N + 1;$
    mentre $e + 1 \neq d$ **fer**
        $m := (e + d)$ **div** $2;$
        si $x < t[m] \rightarrow d := m$
        $\Box \; x \geq t[m] \rightarrow e := m$
        fsi
    fmentre;
    retorna e
ffunció

Cerca Dicotòmica

- El fet de que abans de l'alternativa es té $e < m < d$, assegura que no es consultan les posiciones $t[0]$ y $t[N+1]$. Noteu a més, que a excepció de la primera, els extrems de las noves seccions sempre han sigut consultats.

- Donat que en cada pas de la iteració, es redueix aproximadament la longitud de la secció en la meitat, es pot demostrar que el nombre de passos és de l'ordre de $log_2(N)$. És a dir, per a una taula de 1024 enters, la cerca acaba després d'uns 10 passos. En una cerca lineal hi ha una mitjana aproximada de 512 passos.

Cerca Dicotòmica

- Hi ha qui té pressa i desenvolupa un algorisme que en el moment en que troba que $t[m] = x$ surt de la iteració. Malgrat que en algun cas será eficient, per exemple quan el primer element consultat ja és l'element a cercar, en la majoria de casos l'algorisme resultant es menys eficient, ja que la iteració té que fer una comparació de més, i l'alternativa té també una comparació de més. La millora per alguns casos es fa en detriment d'altres casos que poden esdevenir més freqüents.

Cerca Dicotòmica

- Existeixen vàries versions de l'algorisme que difereixen bàsicament en si la secció $t[e..d]$ ha de cumplir

  $t[e] \leq x < t[d]$, o

  $t[e] < x \leq t[d]$, o

  $t[e] < x < t[d]$ (en el cas de que es vulgui sortir quan $t[m] = x$), i si la longitud de la secció final és 2 ($d = e + 1$), 1 ($e = d$) o 0 ($d < e$). Cal anar en compte amb l'operació $(e + d)$ **div** 2 que dóna comportaments diferents, així com el rang de l'índex retornat.