

Poseu el nom a tots els fulls  
Entregueu els problemes en fulls separats  
Les respostes han de ser justificades

**Problema 1**

**7 punts**

**Temps estimat: 40 min**

**algorisme** *CanviClimatic*

**var**

$f1, f2 : FST$

$r1, r2 : Registre$

$nSup, nInf, nIgu : \text{enter}$

$nDiesAny1, nDiesAny2 : \text{enter}$

$sumAny1, sumAny2 : \text{real}$

$t1, t2 : \text{real}$

**fvar**

$nSup := 0; nInf := 0; nIgu := 0$

$sumAny1 := 0.0; nDiesAny1 := 0$

$sumAny2 := 0.0; nDiesAny2 := 0$

$f1 := \text{ObrirFST}(\text{lectura}, \text{"tany.txt"})$

$\text{llegirRegistreFST}(f1, r1)$

$f2 := \text{ObrirFST}(\text{lectura}, \text{"tanyanterior.txt"})$

$\text{llegirRegistreFST}(f2, r2)$

**mentre**  $\neg \text{registreSentinella}(r1) \wedge \neg \text{registreSentinella}(r2)$  **fer**

$t1 := \text{temperatura}(r1); t2 := \text{temperatura}(r2)$

**si**  $\text{mateixDiaRegistre}(r1, r2) \rightarrow \text{actualitzaRecomptes}(t1 - t2, nSup, nInf, nIgu)$

$\text{actualitzaDadesAny}(sumAny1, nDiesAny1, t1)$

$\text{actualitzaDadesAny}(sumAny2, nDiesAny2, t2)$

$\text{llegirRegistreFST}(f1, r1)$

$\text{llegirRegistreFST}(f2, r2)$

$\square \text{anteriorDataRegistre}(r1, r2) \rightarrow \text{actualitzaDadesAny}(sumAny1, nDiesAny1, t1)$   
 $\text{llegirRegistreFST}(f1, r1)$

$\square \text{anteriorDataRegistre}(r2, r1) \rightarrow \text{actualitzaDadesAny}(sumAny2, nDiesAny2, t2)$   
 $\text{llegirRegistreFST}(f2, r2)$

**fsi**

**fmentre**

**mentre**  $\neg \text{registreSentinella}(r1)$  **fer**

$t1 := \text{temperatura}(r1)$

$\text{actualitzaDadesAny}(sumAny1, nDiesAny1, t1)$

$\text{llegirRegistreFST}(f1, r1)$

**fmentre**

$\text{TancarFST}(f1)$

**mentre**  $\neg \text{registreSentinella}(r2)$  **fer**

$t2 := \text{temperatura}(r2)$

$\text{actualitzaDadesAny}(sumAny2, nDiesAny2, t2)$

$\text{llegirRegistreFST}(f2, r2)$

**fmentre**

$\text{TancarFST}(f2)$

$\text{EscriureEnter}(nSup)$

$\text{EscriureEnter}(nInf)$

$\text{EscriureEnter}(nIgu)$

$\text{EscriureReal}(sumAny1 / \text{EnterAReal}(nDiesAny1) - sumAny2 / \text{EnterAReal}(nDiesAny2))$

**falgorisme**

---

**acció** *actualitzaRecomptes*(**ent** *dt* : *REAL*, **entsor** *nSup*, *nInf*, *nIgu* : **real**)

**si**  $dt \geq 1.0 \rightarrow nSup := nSup + 1$

$\square$   $dt \leq -1.0 \rightarrow nInf := nInf + 1$

$\square$   $dt < 1.0 \wedge dt > -1.0 \rightarrow nIgu := nIgu + 1$

**fsi**

**facció**

**acció** *actualitzaDadesAny*(**entsor** *sumAny* : **real**, **entsor** *nDies* : **enter**, **ent** *t* : **real**)

$sumAny := sumAny + t$

$nDies := nDies + 1$

**facció**

**Problema 2****3 punts****Temps estimat: 20 min**

- a. La mida de les dades és  $N$ , el nombre d'elements de la taula  $t$ .
- b. Sigui  $T_i(N)$  el cost d'executar l'acció de la línia  $i$  o bé el cost d'avaluar l'expressió de la línia  $i$ , i sigui  $T_{i-j}(N)$  el cost d'executar les accions entre les línies  $i$  i  $j$ .

El cos de la funció *hiHaRepetits* és una composició seqüencial de quatre accions. Per tant, el seu cost és el següent:

$$T_{\text{hiHaRepetits}} = T_6(N) + T_7(N) + T_{8-15}(N) + T_{16}(N) \quad (1)$$

Els cost asimptòtic de les assignacions de les línies 6 i 7 és constant perquè les variables que hi intervenen són de tipus elementals i les expressions que s'han d'avaluar contenen exclusivament objectes i valors de tipus elementals i operadors predefinitos sobre aquests tipus.

$$T_6(N), T_7(N) \in O(1) \quad (2)$$

Els cost asimptòtic del retorna de la línia 16 també és constant perquè l'expressió que s'ha d'avaluar només conté una variable booleana.

$$T_{16}(N) \in O(1) \quad (3)$$

Per tal de decidir la regla que cal aplicar per calcular el cost de la composició iterativa entre les línies 8 i 15 primer cal estudiar el cos del mentre entre les línies 9 i 14. Com que és una composició seqüencial d'accions, el cost és el següent:

$$T_{9-14}(N) = T_9(N) + T_{10-14}(N) \quad (4)$$

Els cost de l'assignació de la línia 9 és la suma del cost constant d'executar l'assignació més el cost d'avaluar l'expressió, que en aquest cas involucra la crida a la funció *freqüència*. Els cost desglossat queda com segueix:

$$T_9(N) = T_{:=} + T_{\text{freqüència}(t,t[i])}(N) + T_{>} + T_1(N) \quad (5)$$

Els cost asimptòtic de  $T_{:=}(N)$ ,  $T_{>}(N)$  i  $T_1(N)$  és constant, però el cost de la crida a la funció *freqüència* és lineal en la mida de les dades  $N$  segons l'enunciat, i tenint en compte a més que els costos d'avaluar els paràmetres de la funció són constants.

Aplicant la regla de la suma tenim:

$$T_9(N) \in O(N) \quad (6)$$

Com que l'acció nul·la de la línia 11 no aporta cost, el cost de la composició alternativa de les línies 10 a 14 és el següent:

$$T_{10-14}(N) = T_{11}(N) + T_{12}(N) + T_{13}(N) \quad (7)$$

El cost asimptòtic de  $T_{11}(N)$ ,  $T_{12}(N)$  i  $T_{13}(N)$  és constant perquè les expressions i els objectes que hi intervenen són de tipus elementals. Per la regla de la suma tenim:

$$T_{10-14}(N) \in O(1) \quad (8)$$

Els resultats 6 i 8 ens permeten aplicar la regla de la suma a 4 i per tant tenim:

$$T_{9-14}(N) \in O(N) \quad (9)$$

Com que cada iteració de les línies 8 a 15 té el mateix cost, podem calcular el cost de la composició iterativa com segueix:

$$T_{8-15}(N) = f_{8-15}(N) \cdot (T_8(N) + T_{9-14}(N)) + T_8(N) \quad (10)$$

---

Els cost asimptòtic d'avaluar la condició del mentre de la línia 8 és constant perquè només hi intervenen objectes i operadors de tipus elementals.

$$T_8(N) \in O(1) \quad (11)$$

Els resultats 9 i 11 ens permeten aplicar la regla de la suma al parèntesi de 10 obtenint:

$$T_8(N) + T_{9-14}(N) \in O(N) \quad (12)$$

El nombre d'iteracions de la composició iterativa de les línies 8 a 15 és  $f_{8-15}(N) = N$  perquè es recorre la seqüència  $0, 1, \dots, N-1$ . Per reflexivitat tenim:

$$f_{8-15}(N) \in O(N) \quad (13)$$

Els resultats 12 i 13 ens permeten aplicar la regla del producte a l'expressió que apareix en 10, obtenint:

$$f_{8-15}(N) \cdot (T_8(N) + T_{9-14}(N)) \in O(N \cdot N) = O(N^2) \quad (14)$$

Finalment, els resultats 11 i 14 ens permeten aplicar la regla de la suma a 10 i concloure el següent:

$$T_{8-15}(N) \in O(N^2) \quad (15)$$

Recopilant els resultats obtinguts en 2, 3 i 15, podem aplicar la regla de la suma a 1 obtenint el cost asimptòtic de la funció *hiHaRepetits*:

$$T_{\text{hiHaRepetits}}(N) \in O(N^2) \quad (16)$$