

Examen Final de Lògica de Primer Ordre

28 de juny 2002, 15:00–18:00

Contesteu cinc dels vuit enunciats. Contesteu enunciats diferents en fulls per separat. Es valora el rigor, la simplicitat, la claredat i la brevetat.

- (1) Què és el principi de substitució per a fórmules? Demostreu-lo (ja suposant el principi corresponent per a termes).
- (2) Què és la conservació de la satisfactibilitat per a les regles de taulers? Expliqueu per què la conservació de la satisfactibilitat assegura que l'arrel d'un tauler tancat és insatisfactible. Demostreu la conservació de la satisfactibilitat per a la regla de l'existencial.
- (3) Demostreu que tot conjunt d'Hintikka d'enunciats en FNN és satisfactible.
- (4) Definiu els taulers sistemàtics per a enunciats en FNN. Donat que tot conjunt d'Hintikka és satisfactible, demostreu la completesa dels taulers.
- (5) Sigui $F = \forall x \exists y G$ una fórmula en forma normal prenexa, i $F' = \forall x (G\{f(x)/y\})$ on f és un símbol de funció que no apareix a G . Demostreu que F és satisfactible si i només si F' ho és.
- (6) La regla d'introducció de l'existencial en deducció natural és:
$$\frac{A\{t/x\}}{\exists x A}$$
 amb algunes restriccions.
Demostreu en deducció natural amb igualtat que la fórmula següent és un tautologia ($X \leftrightarrow Y$ abreuja $(X \rightarrow Y) \wedge (Y \rightarrow X)$):
$$\forall y (Py \leftrightarrow \exists x (x = y \wedge Px))$$
indicant a la introducció de l'existencial quina és la fórmula A de la qual parla la regla.

- (7) Donada la fórmula $\exists x(Px \rightarrow \forall yPy)$: és vàlida? Si ho és, demostreu-ho semànticament (sense utilitzar equivalències), i si no, doneu-ne un contraexemple.
- (8) Donada una fórmula F , definiu el que és una interpretació d'Herbrand per a F , i doneu l'expansió d'Herbrand d' F . Donada la fórmula:
 $F = \forall x\forall y((\neg Px \vee \neg Pf(a) \vee Qy) \wedge Py \wedge (\neg Pg(a, x) \vee \neg Qa))$
doneu un subconjunt finit de l'expansió d' F que és ja insatisfactible en lògica proposicional, i verifiqueu-ho per resolució.