

Cognoms

Nom

DNI

**Problema 1 (5 punts)**

Per a un conjunt de dades, la *mitjana* és la suma de tots els valors dividida pel nombre de valors del conjunt. La mitjana d'un conjunt de dades  $x_1, x_2, \dots, x_n$  es representa normalment com  $\bar{x}$ . La fórmula per calcular la mitjana és  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ . Per al mateix conjunt de dades, podem calcular la *variància*, representada per  $V$ , i la *desviació*, representada per  $\sigma$ . Per calcular la variància podem utilitzar diverses fórmules, però la que ens permet obtenir la mitjana i la variància alhora de forma eficient és la següent:

$$V = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n^2}.$$

Finalment, la desviació  $\sigma$  és l'arrel quadrada de la variància.

**Problema 1.1 (3.5 punts):** Donat un arbre de dades estadístiques, volem calcular la mitjana i la desviació de les dades que s'emmagatzemen a l'arbre. Partim de la següent especificació.

```
void estadist(Arbre<double>& a, double& mitjana, double& desviacio);  
// Pre: a = A és un arbre no buit  
// Post: mitjana representa la mitjana dels elements de l'arbre A,  
//       desviacio representa la desviació dels elements de l'arbre A
```

Heu de programar l'operació `estadist` i la corresponent funció d'immersió `i_estadist`. La funció d'immersió ha de tenir capçalera, precondition, postcondició i el seu codi.

```
void i_estadist(Arbre<double>& a, ...nous paràmetres...);  
// Pre: ...a completar...  
// Post: ...a completar...
```

**Problema 1.2 (1.5 punts):** Justifiqueu la correctesa de l'algorisme d'immersió. Per una bona demostració de correctesa és essencial que s'escriuin bé les hipòtesis d'inducció.

## Problema 2 (5 punts)

Un *vector dispers* és un vector que té moltes posicions amb valor zero. Un vector  $v$  d'aquest tipus es pot representar usant una llista  $t$  que conté parells de la forma  $(pos, val)$  per a cada element del vector  $v$  diferent de zero. El primer component de cada parell és la posició  $pos$  que ocupa aquest element en el vector  $v$  i el segon component és el valor de l'element diferent de zero (és a dir,  $val = v[pos]$ ). Els parells de la llista  $t$  estan ordenats creixentment per posició. Per exemple, la representació dispersa del vector  $[1,0,0,3,0,0,0,6,5,0,0,0]$  és la llista  $((0,1), (3,3), (7,6), (8,5))$ .

**Problema 2.1 (3 punts):** Volem dissenyar una funció que, donat un parell de variables  $t1$  i  $t2$  de tipus `list<pair<int,int>>` que representen de manera dispersa dos vectors  $v1$  i  $v2$  de longitud  $n$ , calculi el producte escalar de  $v1$  i  $v2$ .

```
int prod_escalar(const list<pair<int,int> >& t1, const list<pair<int,int> >& t2);
/* Pre: t1 i t2 són les representacions disperses de dos vectors v1 i v2 de la
    mateixa longitud */
/* Post: el resultat és el producte escalar de v1 i v2 */
```

Heu d'implementar la funció `prod_escalar` usant un disseny iteratiu. Per cada un dels vostres bucles, **justifiqueu-ne la terminació i proporcioneu-ne l'invariant**. Us recordem que el producte escalar de dos vectors  $[v_0, \dots, v_n]$  i  $[w_0, \dots, w_n]$  de longitud  $n$  és  $v_0 \times w_0 + \dots + v_n \times w_n$ .

Per exemple, donats dos vectors

$v1 = [0,0,0,-4,0,0,-1,0,-1,0]$  i  $v2 = [1,2,0,1,0,0,-2,0,0,0]$

amb representacions disperses

$t1 = ((3,-4), (6,-1), (8,-1))$  i  $t2 = ((0,1), (1,2), (3,1), (6,-2))$

respectivament, la crida `prod_escalar(t1,t2)` hauria de retornar  $-2$ .

**Problema 2.2 (2 punts):** Feu un disseny recursiu de l'acció `prod_escalar_ac`, que fa el mateix que la funció `prod_escalar` per a vectors d'enters representats de manera no dispersa. Utilitzeu una acció d'immersió.

```
void prod_escalar_ac(const vector<int>& v1, const vector<int>& v2, int& pe);
// Pre: v1.size() = v2.size()
// Post: pe és el producte escalar de v1 i v2
```

Heu de donar la capçalera, precondition, postcondition i implementació de l'acció d'immersió. Justifiqueu que l'acció d'immersió acaba i escriviu la hipòtesi d'inducció després de cada crida recursiva. També heu d'implementar l'acció `prod_escalar_ac` fent servir l'acció d'immersió.